

УНИВЕРСИТЕТСКАЯ СЕРИЯ

**Р. Я. Хамидуллин**

# **ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

**Рекомендовано Общественным  
советом содействия повышению  
качества высшего образования**

Москва  
2020

УДК 519.2  
ББК 22.17  
Х182ТВ

Серия удостоена диплома в номинации «Лучший издательский проект»  
на IV Общероссийском конкурсе учебных изданий для высших учебных заведений  
«Университетская книга – 2008»

Печатается по решению Ученого совета Университета «Синергия»

*Ответственный редактор серии*  
член-корреспондент Российской академии образования,  
доктор экономических наук, профессор **Ю. Б. Рубин**

*Рецензент*  
заслуженный работник высшей школы РФ,  
кандидат технических наук, профессор **Монсик В.Б.**

**Хамидуллин Р. Я.**

Х182ТВ Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / Р. Я. Хамидуллин. — М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2020. —276 с. (Университетская серия).

ISBN 978-5-4257-0398-9

Учебное пособие предназначено для студентов вузов, аспирантов и преподавателей экономических и смежных специальностей, а также для слушателей заочного и вечернего обучения, может быть полезно лицам, применяющим вероятностные методы при решении практических задач.

УДК 519.2  
ББК 22.17

ISBN 978-5-4257-0398-9

© Хамидуллин Р. Я., 2020  
© Университет «Синергия», 2020

# КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие .....	3
-------------------	---

## Раздел I. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Глава 1. Основы теории вероятностей .....	5
Глава 2. Комбинаторика в вероятностных задачах .....	19
Глава 3. Основные теоремы и формулы теории вероятностей .....	37
Глава 4. Формула полной вероятности. Формула Байеса .....	53
Глава 5. Повторные испытания .....	62
Глава 6. Случайные величины .....	75
Глава 7. Законы распределения случайных величин .....	92
Глава 8. Системы случайных величин .....	125
Глава 9. Предельные теоремы теории вероятностей .....	142

## Раздел 2 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Глава 10. Введение в математическую статистику .....	160
Глава 11. Статистические ряды и их характеристики .....	167
Глава 12. Основные подходы к статистическому оцениванию .....	184
Глава 13. Проверка статистических гипотез .....	208
Глава 14. Корреляция и регрессия .....	232
ЛИТЕРАТУРА .....	250
ПРИЛОЖЕНИЯ .....	252

# СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие .....	3
<b>Раздел I. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ</b>	
Глава 1. Основы теории вероятностей .....	5
1.1. Случайное событие. Классификация случайных событий .....	5
1.2. Действия над случайными событиями .....	6
1.3. Аксиоматическое определение вероятности события .....	10
1.4. Классическое определение вероятности .....	11
1.5. Статистическое определение вероятности .....	12
1.6. Геометрическая вероятность .....	14
<i>Контрольные вопросы</i> .....	17
<i>Задания</i> .....	17
Глава 2. Комбинаторика в вероятностных задачах .....	19
2.1. Комбинаторный характер вероятностных задач .....	19
2.2. Выборка из множества элементов .....	20
2.3. Размещения .....	22
2.4. Перестановки .....	25
2.5. Неупорядоченные выборки (сочетания) .....	27
<i>Контрольные вопросы</i> .....	34
<i>Задания</i> .....	34
Глава 3. Основные теоремы и формулы теории вероятностей .....	37
3.1. Условные вероятности и условные относительные частоты события ...	37
3.2. Зависимые и независимые события .....	38
3.3. Теорема сложения вероятностей (относительных частот) несовместных событий .....	40
3.4. Теоремы умножения вероятностей и относительных частот .....	41
3.5. Теорема сложения вероятностей (относительных частот) совместных событий .....	44
3.6. Следствия теоремы сложения .....	45
3.7. Вероятность появления события хотя бы один раз в нескольких независимых опытах .....	47
<i>Контрольные вопросы</i> .....	49
<i>Задания</i> .....	50

---

Глава 4. Формула полной вероятности. Формула Байеса .....	53
4.1. Формула полной вероятности .....	53
4.2. Формула Байеса (теорема гипотез) .....	56
<i>Контрольные вопросы</i> .....	58
<i>Задания</i> .....	59
Глава 5. Повторные испытания .....	62
5.1. Формула Бернулли .....	62
5.2. Формула Пуассона .....	65
5.3. Локальная теорема Муавра-Лапласа .....	66
5.4. Интегральная теорема Муавра-Лапласа .....	67
5.5. Повторные испытания в изменяющихся условиях .....	69
<i>Контрольные вопросы</i> .....	71
<i>Задания</i> .....	72
Глава 6. Случайные величины .....	75
6.1. Понятие случайной величины. Виды случайных величин .....	75
6.2. Математическое ожидание дискретной случайной величины .....	77
6.3. Дисперсия дискретной случайной величины .....	78
6.4. Функция распределения .....	80
6.5. Плотность вероятности .....	83
6.6. Моменты случайных величин .....	86
<i>Контрольные вопросы</i> .....	92
<i>Задания</i> .....	93
Глава 7. Законы распределения случайных величин .....	96
7.1. Биноминальное распределение .....	96
7.2. Распределение Пуассона .....	99
7.3. Геометрическое распределение .....	103
7.4. Равномерное распределение .....	106
7.5. Показательный закон распределения .....	109
7.6. Нормальный закон распределения .....	113
<i>Контрольные вопросы</i> .....	121
<i>Задания</i> .....	122
Глава 8. Системы случайных величин .....	126
8.1. Основные понятия .....	126
8.2. Система двух случайных величин .....	126
8.3. Плотность вероятности системы двух случайных величин .....	127
8.4. Числовые характеристики системы двух случайных величин .....	130
8.5. Равномерный и нормальный законы распределения двумерной случайной величины .....	131
<i>Контрольные вопросы</i> .....	139
<i>Задания</i> .....	140

Глава 9. Предельные теоремы теории вероятностей .....	143
9.1. Основные понятия .....	143
9.2. Неравенство Чебышева .....	143
9.3. Неравенство Маркова (лемма Чебышева) .....	148
9.4. Теорема Чебышева .....	149
9.5. Теоремы Бернулли и Пуассона .....	151
9.6. Центральная предельная теорема (Теорема Ляпунова).....	154
<i>Контрольные вопросы</i> .....	158
<i>Задания</i> .....	158
<b>Раздел 2 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА</b>	
Глава 10. Введение в математическую статистику .....	160
10.1. Предмет и задачи математической статистики.....	160
10.2. $\chi^2$ – квадрат распределение .....	161
10.3. Распределение Стьюдента .....	163
10.4. Распределение Фишера-Снедекора .....	164
<i>Контрольные вопросы</i> .....	165
<i>Задания</i> .....	166
Глава 11. Статистические ряды и их характеристики.....	167
11.1. Понятие статистического ряда. Виды статистических рядов .....	167
11.2. Эмпирическая функция распределения .....	172
11.3. Графическое представление статистического распределения .....	174
11.4. Числовые характеристики статистического распределения .....	177
<i>Контрольные вопросы</i> .....	180
<i>Задания</i> .....	180
Глава 12. Основные подходы к статистическому оцениванию .....	184
12.1. Понятие об оценке .....	184
12.2. Точечные статистические оценки параметров распределения .....	185
12.3. Интервальные оценки параметров распределения .....	187
12.4. Метод моментов для точечной оценки параметров распределения .....	189
12.5. Метод наибольшего правдоподобия для точечной оценки параметров распределения .....	191
12.6. Примеры точечных и интервальных оценок числовых характеристик.....	194
<i>Контрольные вопросы</i> .....	203
<i>Задания</i> .....	203

---

Глава 13. Проверка статистических гипотез .....	208
13.1. Статистическая гипотеза. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы .....	208
13.2. Проверка гипотез. Ошибки первого и второго рода .....	209
13.3. Критерий согласия Пирсона.....	211
13.4. Критерий Колмогорова.....	220
13.5. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей .....	222
13.6. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей, дисперсии которых неизвестны .....	225
13.7. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей, дисперсии которых известны .....	226
<i>Контрольные вопросы</i> .....	228
<i>Задания</i> .....	228
Глава 14. Корреляция и регрессия.....	232
14.1. Основные понятия.....	232
14.2. Основные задачи корреляционного анализа.....	233
14.3. Выборочный коэффициент корреляции .....	235
14.4. Ранговая корреляция .....	245
<i>Контрольные вопросы</i> .....	246
<i>Задания</i> .....	247
ЛИТЕРАТУРА.....	250
ПРИЛОЖЕНИЯ .....	252